دپارتمان تخصصی کنکور مهندسی مواد

کارشناسی ارشد

دکتری

ایران مواد
Iran-mavad.com

- ✓ کلاس آموزشی
- ✓ جزوات جامع
- ✓ آزمون و تحلیل

حضوری (تهران و کرج)

مجازی (آنلاین)

اساتید و مشاوران باسابقه درخشان نتایج در کنکور
مهندسی مواد شما را تا رسیدن به هدفتان یاری می کنند!

مشاوره رایگان :

Iran-mavad.com/matkonkor

t.me/mavadkonkoor

09905448921

$y = x^{2x} \longrightarrow \ln y = 2x \ln x$

تست (۳۱) گزینه ۱

$\frac{y'}{y} = 2\ln x + 2 = 2(1+\ln x) \longrightarrow y' = 2y(1+\ln x)$

$(1,1)$ → شیب خط مماس $y' = 2$ → شیب خط قائم $y' = -\frac{1}{2}$

معادله خط $\Rightarrow y - 1 = -\frac{1}{2}(x-1) \longrightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \xrightarrow{\times 2}$ $2y + x = 3$

تست (۳۲) گزینه ۳

$Z(r,\theta) = \cos(r\sin\theta)\, e^{r\cos\theta}$

$\frac{dz}{dr} = -r\sin\theta \sin(r\sin\theta)\, e^{r\cos\theta} + \cos\theta \cos(r\sin\theta)\, e^{r\cos\theta}$

$(r,\theta) = (1,0)$ → $\frac{dz}{dr} = 0 + e = e$

تست (۳۳) گزینه ۳

$\int_{-1}^{1} e^{-x^2} d(x|x|) = \int_{-1}^{0} e^{-x^2} d(-x^2) + \int_{0}^{1} e^{-x^2} d(x^2)$

$|x| = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ ← یادآوری دانشی

$\Rightarrow e^{-x^2}\Big|_{-1}^{0} - e^{-x^2}\Big|_{0}^{1} = (1 - e^{-1}) - (e^{-1} - 1) = 2(1 - e^{-1})$

تست (۳۴) گزینه ۳

↓

سازمان سنجش گزینه ۲ را درست زده است!!!

ابتدا تابع را به صورت $\frac{1}{4 - 3x}$ می نویسیم. برای اینکه بسری را بخرج $\frac{1}{1-z}$ تبدیل کنیم باید ابتدا از ۴ فاکتور گرفته و به $4(1 - \frac{3}{4}x)$ تبدیل کنیم. حال جهت تبدیل کردن بخرج مربوطه وقتی می توانیم بسط لوران را بنویسیم که $|z| < 1$ باشد یعنی در این سؤال $|\frac{3}{4}x| < 1 \Leftarrow |x| < \frac{4}{3}$

پس تا حالا گزینه ۱ و ۳ صحیح هستند.

صفحه ۱

http://iran-mavad.com/matkonkor

دپارتمان تخصصی کنکور ارشد و دکتری مهندسی مواد

Scanned by CamScanner

حال می آییم بسط لوران تابع $\frac{1}{4-3x}$ را می نویسیم:

$$\frac{1}{4-3x} = \frac{1}{4(1-\frac{3}{4}x)} = \frac{1}{4}\left(1+\frac{3}{4}x+(\frac{3}{4}x)^2+(\frac{3}{4}x)^3+\cdots\right)$$

ولی در صورت سؤال بسط لوران عبارت $\frac{1}{(4-3x)^2}$ خواسته شده و می دانیم به مشتق عبارت $\frac{1}{4-3x}$ می انجامد یعنی با آمار از جمله جهلی بسط مشتق گرفته و همچنین تقسیم بر ۳ کنیم به بسط سؤال $\frac{3}{(4-3x)^2}$

می رسیم و داریم:

$$\frac{1}{(4-3x)^2} = \frac{1}{4\times(3)}\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\times 2\times\frac{3}{4}x+\cdots\right)$$

از مشتق عبارت حاصل شده

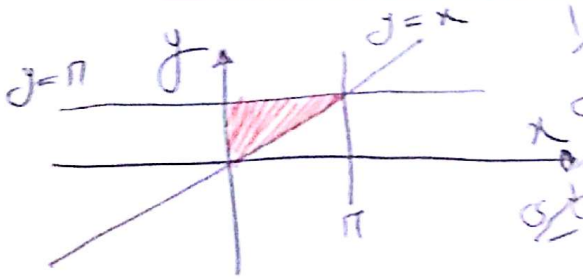
با توجه به گزینه ها ضریب x برابر $\frac{3}{4}$ هست که مقدار جهلی اول $\frac{1}{16}$ برابر می آید.

(۳۵)

(۳۶)

http://iran_mavad.com/matkonkor
Scanned by CamScanner
دپارتمان تخصصی کنکور ارشد و دکتری مهندسی مواد

(۳۸) گزینه ۱

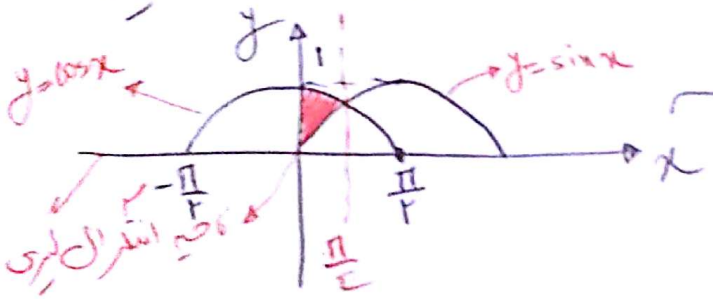


با توجه به صورت سوال ناحیه را رسم کرده و با توجه به پیشنهاد حل بدون انتگرال ترتیب انتگرالگیری را عوض می کنیم.

$$\int_0^{\pi}\int_0^{y} \frac{\sin^2 x}{y}\,dx\,dy = -\cos y\Big|_0^{\pi} = -(-1-1) = \boxed{2}$$

(۳۹) گزینه ۴

با توجه به صورت سوال چون نمودار $y=\sin x$ و $y=\cos x$ ساده هستند لذا آن ها را رسم کرده و با پیدا کردن ناحیه مورد نظر انتگرال را حل می کنیم:



$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x - \sin x\,dx$$

$$= \sin x + \cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - (1) = \sqrt{2}-1$$

http://iran-mavad.com/matkonkor
دپارتمان تخصصی کنکور ارشد و دکتری مهندسی مواد
Scanned by CamScanner

(۴۰) گزینه ۱

$\vec{F} = (\cos t, t\sin t, t\cos t)$ و $\vec{dr} = (1, \cos t, -\sin t)$ منحنی c به صورت پارامتری داده شده لذا

با ضرب داخلی زدن $\vec{F}$ و $\vec{dr}$ عبارت $\cos t$ حاصل می‌شود و داریم:

حاصل انتگرال $= \int_0^{\pi} \cos t\, dt = \sin t \Big|_0^{\pi} = 0$

---

(۴۱) گزینه ۳

برای حل این نوع سؤال روش تستی این است که تک تک گزینه‌ها را به عبارت معادله ضرب کنیم و در هر مورد $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ که $M dx + N dy = 0$ پیدا کرده و در هر گزینه‌ای که $\frac{\partial M}{\partial y}$ و $\frac{\partial N}{\partial x}$ را در معادله دیفرانسیل شد جواب خواهد بود. به عنوان مثال گزینه ۳ را در معادله ضرب کرده و $\frac{\partial N}{\partial x}$ و $\frac{\partial M}{\partial y}$ را حساب می‌کنیم:

$$\underbrace{\left(\frac{2x\sinh y}{\cosh^2 y} + \frac{x^3 \sinh y}{\cosh^2 y}\right) dy}_{N} + \underbrace{\left(-\frac{3x^2}{\cosh y} - \frac{1}{\cosh^2 y}\right) dx}_{M} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial y} &= \frac{3x^2 \sinh y}{\cosh^2 y} + \frac{2\sinh y}{\cosh^3 y} \\ \frac{\partial N}{\partial x} &= \frac{2\sinh y}{\cosh^2 y} + \frac{3x^2 \sinh y}{\cosh^2 y} \end{aligned}\right\} \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} \Rightarrow \text{معادله کامل است}$$

و $\operatorname{sech}^3 y$ فاکتور انتگرال

---

(۴۲)

http://iran-mavad.com/matkonkor
دپارتمان تخصصی کنکور ارشد و دکتری مهندسی مواد
Scanned by CamScanner

(۴۳) گزینه ۲

$$\text{ات}: 2D(D-1)+10D+8=0 \Rightarrow 2D^2+8D+8=0$$

$$\Rightarrow D^2+4D+4=0 \Rightarrow (D+2)^2=0 \Rightarrow D=-2 \text{ ریشه مضاعف}$$

معادله‌ی دیفرانسیل.

$$y_h=(c_1+c_2z)e^{-2z} \xrightarrow{z=\ln x} \boxed{(c_1+c_2\ln x)x^{-2}}$$

---

(۴۴) گزینه ۲

$$\begin{cases} \tan x=0 \Rightarrow \dfrac{\sin x}{\cos x}=0 \rightarrow \sin x=0 \rightarrow x=0 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \end{cases}$$

نقطه‌ی $x=-1$ و $x=0$ نقاط تکین معادله دیفرانسیل ذکر شده هستند. چون در معادله دیفرانسیل $f_2y''+f_1y'+f_0y=0$، هرچند نقطه که تابع‌های f_2 و f_1 و f_0، در آن‌ها تحلیلی نباشند به‌عنوان نقطه تکین محسوب می‌شوند. پس با توجه به اینکه دو نقطه‌ی $x=-1$ و $x=0$ نقطه تکین هستند می‌توان پی برد که گزینه ۲ صحیح است. چون در سایر گزینه‌ها $x=0$ یا $x=-1$ به‌عنوان نقطه‌ی عادی معرفی شده‌اند. در روش تشریحی معادله‌ی حضور را تشکیل داده و با توجه به P_0 و q_0 می‌توانیم به منظم یا نامنظم بودن نقطه تکین پی ببریم که اصلاً لازم نیست.

سازمان سنجش
گزینه ۳ رازده
ات!!!

---

(۴۵) گزینه ۱

$$L\{t^nf(t)\}=(-1)^n\frac{d^n}{ds^n}L\{f(t)\}$$

$$\Rightarrow L\{te^t\}=\frac{1}{(s-1)^2} \rightarrow \int_0^x te^t dt = \frac{L\{te^t\}}{s}=\frac{1}{s(s-1)^2}$$

$$\rightarrow -\left(\frac{-\left((s-1)^2+2s(s-1)\right)}{\left(s(s-1)^2\right)^2}\right)=\boxed{\frac{3s-1}{s^2(s-1)^3}}$$

http://iran-mavad.com/matkonkor
دپارتمان تخصصی کنکور ارشد و دکتری مهندسی مواد
Scanned by CamScanner

(۴۷) گزینه ۴ برای نوشتن بسط لوران تابع باید $z=z_0$ را به $z=0$ تبدیل کنیم و لذا با تغییر متغیر $t=z+2$ داریم: $z=t-2$

$$f(t)=(t+1)^3\cos\left(\frac{1}{t}\right)$$

$$=(t^3+3t^2+3t+1)\left(1-\frac{1}{t^2\cdot 2!}+\frac{1}{t^4\cdot 4!}+\cdots\right)$$

$$\text{ضریب } \frac{1}{t}=\frac{1}{4!}-\frac{3}{2!}=-\frac{35}{24}$$

(۴۸) گزینه ۳

در تابع تحلیلی $f(z)=u+iv$ در صورت سؤال u داده شده است و $f(z)$ خواسته شده؛ لذا ما می‌آییم در تک تک گزینه‌ها u را بدست می‌آوریم. گزینه‌ای که u ذکر شده در صورت سؤال را بدست بدهد جواب سؤال است:

گزینه ۱: $e^{i(x+iy)}+1=e^{ix-y}+1=e^{-y}(\cos x+i\sin x)+1=\underbrace{(1+e^{-y}\cos x)}_{u}+i\underbrace{e^{-y}\sin x}_{v}$ ✗

به طور ادامه می‌دهیم و در گزینه ۳ به جواب می‌رسیم !!!

گزینه ۳: $ie^{-i(x+iy)}-i=ie^{-ix+y}-i=i(e^{-ix+y}-1)$

$$=i(e^{y}\cos x-ie^{y}\sin x-1)=i\underbrace{(-1+e^{y}\cos x)}_{v}+\underbrace{e^{y}\sin x}_{u}$$

http://iran-mavad.com/matkonkor
دپارتمان تخصصی کنکور ارشد و دکتری مهندسی مواد
Scanned by CamScanner

(۴۹) تنها نقطه تکین تابع f که در دایره $|z|=۳$ قرار دارد $z=۱$ است

$z=۱$ قطب مرتبه ۴ تابع $f(z)$ است و لذا $n=۴$ در بسط حول $z=۱$ خواهیم داشت:

$$\lim_{z\to ۱} \frac{۱}{۶}\left((z-۱)^{۴}\frac{e^{-z}}{(z-۱)^{۴}}\right)^{(۳)} = \lim_{z\to ۱}\frac{۱}{۶}(e^{-z})^{(۳)} = \lim_{z\to ۱}\frac{۱}{۶}(-e^{-z}) = \frac{-e^{-۱}}{۶}$$

$$\text{مانده} = -\frac{۱}{۶e} \Longrightarrow \text{حاصل انتگرال} = \frac{-۱}{۲۴e}\times ۲\pi i = \frac{-\pi i}{۱۲e}$$

---

(۵۰)

http://iran-mavad.com/matkonkor
دپارتمان تخصصی کنکور ارشد و دکتری مهندسی مواد
Scanned by CamScanner